Chapitre 1

Nombres et calculs numériques

Les savoir-faire

010. Utiliser la notion de multiples, de diviseurs, de parité et de nombres premiers.

011. Calculer avec les puissances.

012. Calculer avec les quotients.

013. Calculer avec les racines carrées.

014. Connaître les ensembles de nombres.

I. Multiples, diviseurs et nombres premiers

1. Multiples, diviseurs

Définition : multiple et diviseur

Soit a et b deux nombres entiers. S'il existe un nombre entier k tel que $a = b \times k$, on dit que :
- b **divise** a ou b est un **diviseur** de a ;
- a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b.

Exemples :
Donner tous les diviseurs de 24, puis de 13. Vidéo

Propriété : nombres pairs et impairs

Soit n un nombre entier.
- n est **pair** si et seulement s'il existe un entier p tel que $n = 2p$.
- n est **impair** si et seulement s'il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$.

Remarque : Si n est impair, alors n^2 est impair.

2. Nombres premiers

Définition : nombre premier

Un nombre premier est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarque :
1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même.

Propriété : décomposition d'un nombre entier

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples :

Décomposer 300 en produit de facteurs premiers. Vidéo

3. Fractions irréductibles

Définition : fraction irréductible

Une fraction est irréductible si le numérateur et le dénominateur n'admettent qu'un seul diviseur en commun : 1.

Exemple :

Rendre la fraction $\dfrac{60}{126}$ irréductible. Vidéo

II. Puissances entières d'un nombre relatif

1. Notations a^n et a^{-n}.

Définition : puissances d'un nombre

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Et, si a est non nul, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}}$.

Par convention, $a^0 = 1$.
a^n (lu "a puissance n") est appelé **puissance n-ième** de a et n est appelé l'exposant.

2. Calculs avec les puissances

Règles de calculs

n et m sont deux entiers relatifs et a un nombre.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\qquad$ $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ si $a \neq 0$ $\qquad$ $(a^m)^n = a^{n \times m}$

Exemples :
Exprimer sous la forme d'une seule puisssance :

$A = 4^7 \times 4^5$ $\qquad$ $B = \dfrac{5^6}{5^4}$

$C = \left(8^2\right)^3$ $\qquad$ $D = 6^7 \times 9^7$

$E = \dfrac{1}{3^5}$ $\qquad$ $F = 7^3 \times \left(7^2\right)^6$ Vidéo

III. Racine carrée

1. Définitions

Définition : racine carrée

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

Règle

Pour tout nombre a,
$\sqrt{a^2} = a \quad$ si $a > 0 \quad$ et $\quad \sqrt{a^2} = -a \quad$ si $a < 0$.

Exemples : Réduire des écritures.

Ecrire le plus simplement possible :
$A = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \qquad B = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - \sqrt{5}$ Vidéo

2. Calculs avec des racines carrées

Règles de calculs

Pour tous nombres positifs a et b :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad ; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{avec } b \neq 0$$

Exemples : appliquer les formules.

Ecrire le plus simplement possible :
$A = \sqrt{32} \times \sqrt{2} \qquad B = \sqrt{3} \times \sqrt{36} \times \sqrt{3} \qquad C = (4\sqrt{5})^2$
$D = \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} \qquad E = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}} \qquad F = \dfrac{\sqrt{32} \times \sqrt{10}}{\sqrt{80}}$ Vidéo

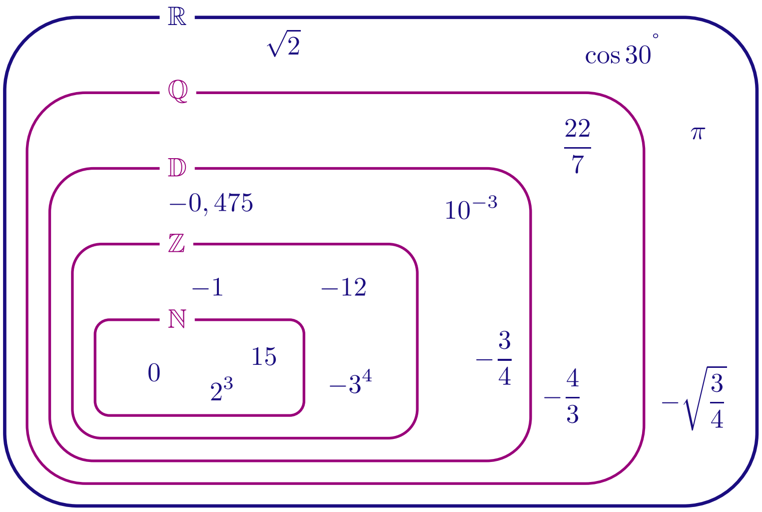
Exemples : réduire.

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b entiers, b étant le plus petit possible :
$A = \sqrt{12} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27} \qquad B = \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80}$ Vidéo

IV. Ensembles de nombres

Définitions

— L'ensemble des **entiers naturels**, noté $\mathbb{N}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un entier positif : $\mathbb{N} = \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ ......\}$.
— L'ensemble des **entiers relatifs**, noté $\mathbb{Z}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un entier positif ou négatif : $\mathbb{Z} = \{....\ ;\ -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ ......\}$.
— L'ensemble des **décimaux**, noté $\mathbb{D}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
— L'ensemble des **nombres rationnels**, noté $\mathbb{Q}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un quotient $\dfrac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$.
— L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$.



On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
$\mathbb{N}$: ensemble des entiers naturels.
$\mathbb{Z}$: ensemble des entiers relatifs.
$\mathbb{D}$: ensemble des décimaux. Vidéo
$\mathbb{Q}$: ensemble des rationnels.
$\mathbb{R}$: ensemble des réels.